Comment accélérer un processus physique ?

David Guéry-Odelin

Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité

UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

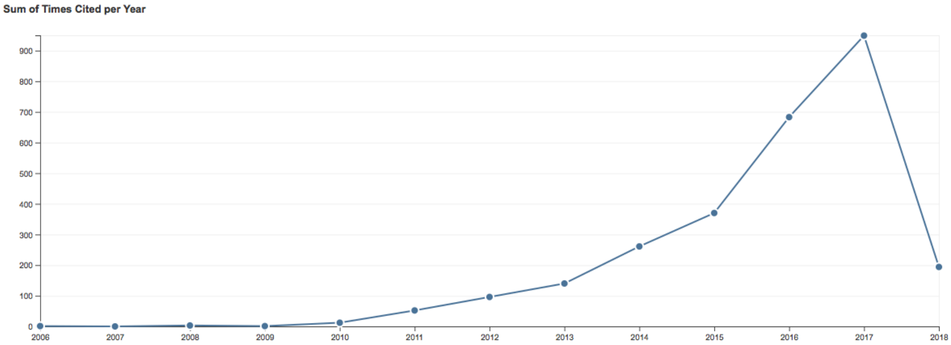
Université de Toulouse

Sérendipité (anglicisme…)

La sérendipité est le fait de réaliser une découverte scientifique ou une invention technique de façon inattendue à la suite d'un concours de circonstances fortuit et très souvent dans le cadre d'une recherche concernant un autre sujet.

La sérendipité est le fait de « trouver autre chose que ce que l'on cherchait »

Shortcuts To Adiabaticity

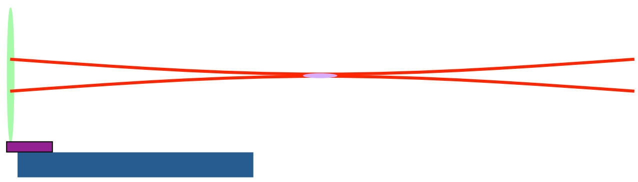


Quelques acteurs de ce domaine

PLAN DE L'EXPOSE

Transporter une particule dans une pince optique

Transport à l'aide d'une pince optique   A. Couvert et al., EuroPhys. Lett. **83**, 13001 (2008)



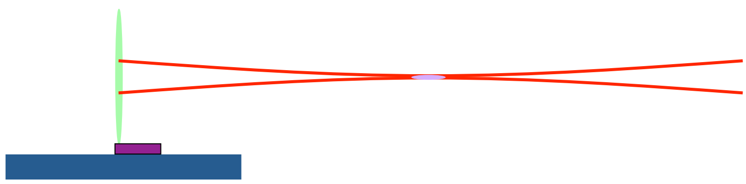
La pince optique exploite la polarisabilité

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}_L$$

$$W(\vec{r}) = -\frac{1}{2}\vec{p} \cdot \vec{E}_L = -\frac{\varepsilon_0 \alpha}{2} |\vec{E}_L(\vec{r})|^2$$

Transporter une particule dans une pince optique

Transport à l'aide d'une pince optique   A. Couvert et al., EuroPhys. Lett. **83**, 13001 (2008)



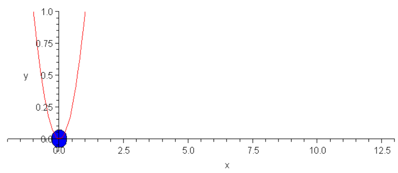
Au voisinage du minimum de potentiel (correspondant au maximum d'intensité)

$$W \propto -I(\vec{r}) \simeq (m\omega_\perp^2 r_\perp^2 + m\omega_0^2 z^2)/2$$

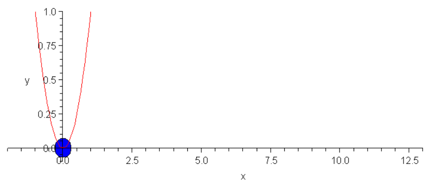
$$|\vec{F}_\perp| \gg |\vec{F}_{||}| \qquad \Longrightarrow \qquad \omega_\perp \gg \omega_{||}$$

Un déplacement « adiabatique » le long de l'axe longitudinal prend du temps …

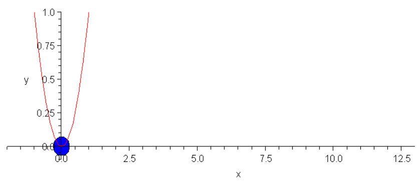
Evolution assez lente

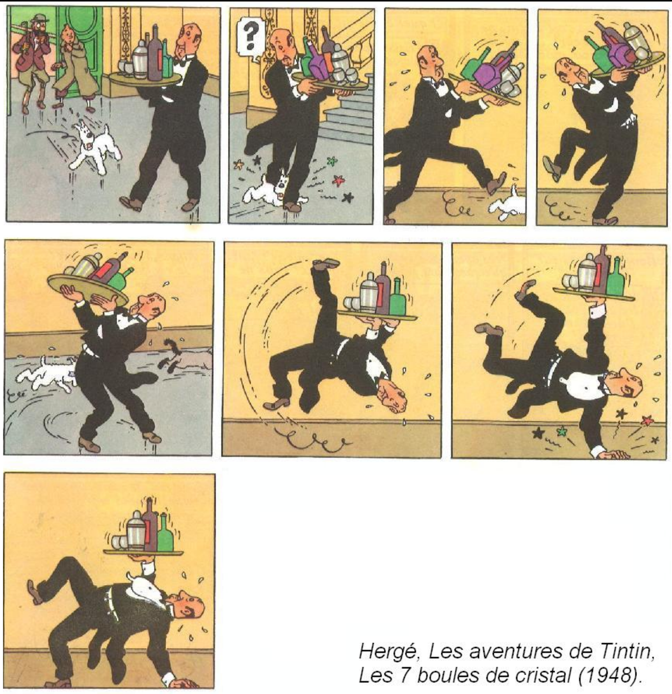


Evolution rapide mais pas optimale



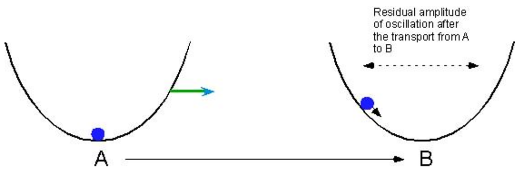
Evolution rapide **et** optimale

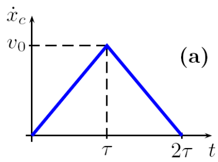


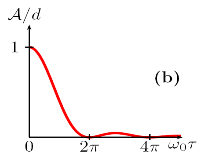


Hergé, Les aventures de Tintin,
Les 7 boules de cristal (1948).

Transporter une particule dans un potentiel harmonique





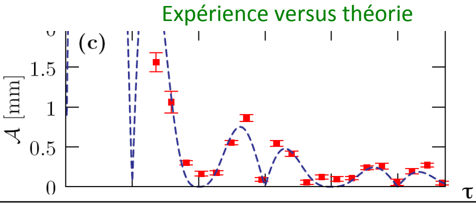


$$\mathcal{A}_{\max}(\tau) = \frac{4a}{\omega_0^2}\sin^2\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right)$$

L'amplitude d'oscillation du centre de masse après transport est donnée par le module de la transformée de Fourier du profil de vitesse appliqué au potentiel harmonique de confinement.
(analogie avec la diffraction en optique)

Expérience versus théorie

Un transport optimal requiert $\mathcal{A} = 0$



Transport : deux stratégies complémentaires

Stratégie 1

$$H_1(t) = \frac{p^2}{2m} + U(x - x_0(t))$$

On choisit $x_0(t)$ de manière adéquate

Stratégie 2

$$H_2(t) = \frac{p^2}{2m} + U(x - x_0(t)) - m\ddot{x}_0 x$$

On applique une force homogène dépendante du temps

La particule bouge dans le potentiel sous l'action de la force d'inertie d'entraînement. On peut envisager de contrecarrer cette force à chaque instant.

Question Pour la stratégie 1, peut-on choisir librement le temps de transport ou est-on obliger de choisir un temps « magique » ?

Comment déterminer $x_0(t)$?

$$\ddot{x} + \omega_0^2(x - x_0(t)) = 0$$

Conditions aux limites

$$x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0,\ \ddot{x}(0) = 0,$$
$$x(t_f) = d,\ \dot{x}(t_f) = 0,\ \ddot{x}(t_f) = 0$$

Méthode dite de « reverse engineering »

Choisir une fonction $x(t)$ qui remplit les conditions aux limites,

puis déduire de l'équation du mouvement l'expression de $x_0(t)$

Usage inverse des équations différentielles

Comment déterminer $x_0(t)$ et garantir la robustesse de la solution ?

On montre que l'excès d'énergie après transport se met sous la

forme d'une transformée de Fourier pour $\omega = \omega_0$

$$\boxed{\Delta E(t_f) = \frac{m}{2}\left|\int_0^{t_f} \ddot{x}_0(t')e^{-i\omega_0 t'}dt'\right|^2}$$

La question qui se pose est donc la suivante

Comment façonner les zéros de cette transformée de Fourier ?

Une petite astuce mathématique

$$F(\omega) = \left|\int_0^{t_f} \ddot{x}_0(t')e^{-i\omega t}dt'\right|$$

On introduit la fonction auxiliaire $g(t)$ qui obéit aux conditions limites

$$g(0) = g(t_f) = 0, \qquad g'(0) = g'(t_f) = 0, \qquad g''(0) = g''(t_f) = 0$$

On définit l'accélération du potentiel par le biais de la fonction auxiliaire selon

$$\ddot{x}_0 = \frac{d^2 g}{dt^2} + \omega_0^2 g$$

Pour que cela soit cohérent, on ajoute les conditions intégrales

$$\int_0^{t_f} g(t)\mathrm{d}t = 0 \quad \text{and} \quad \int_0^{t_f} \mathrm{d}t' \int_0^{t'} g(t'')\mathrm{d}t'' = d.$$

Après intégration par parties, on a

$$F(\omega) = \left|(\omega^2 - \omega_0^2)\int_0^{t_f} g(t')e^{-i\omega t}dt'\right|$$

Par construction, on a un zéro pour la valeur attendue !

$$F(\omega_0) = 0$$

Généralisation immédiate

$$\ddot{x}_0(t) = \frac{\mathrm{d}^4 g}{\mathrm{d}t^4} + (\omega_1^2 + \omega_2^2)\frac{\mathrm{d}^2 g}{\mathrm{d}t^2} + \omega_1^2\omega_2^2 g(t)$$

Avec un choix approprié pour les conditions aux limites

$$F(\omega) = \left|(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)\int_0^{t_f} e^{-i\omega t'} g(t')\mathrm{d}t'\right|.$$

$$F(\omega_1) = F(\omega_2) = 0$$

Conséquence : Transport optimal simultané de deux particules différentes !

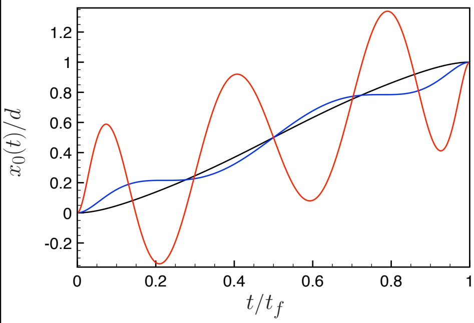
Cette méthode peut également être mise à profit pour améliorer la robustesse du transport

Incidemment, ici aussi un nouvel usage des équations différentielles

Robustesse du transport

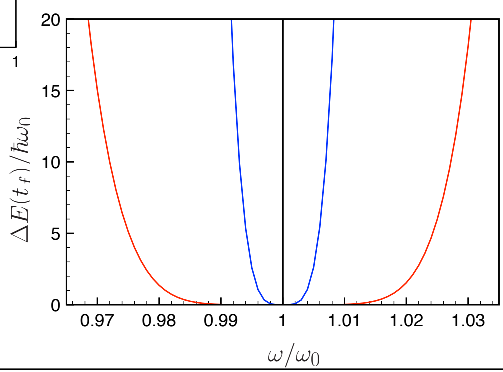
Par rapport à la fréquence de piégage

$$\omega_0 t_f = 2\pi \times 1.25$$



$$F(\omega) \propto (\omega^2 - \omega_0^2)^n$$

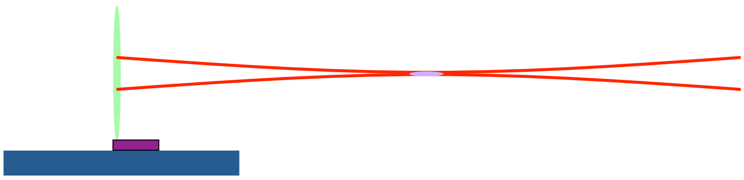
n=1
n=2
n=3



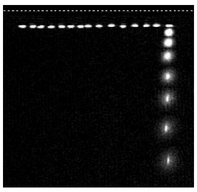
DGO and J. Muga PRA **90**, 063425 (2014).

Transporter des atomes

Transport à l'aide d'une pince optique   A. Couvert et al., EuroPhys. Lett. **83**, 13001 (2008)

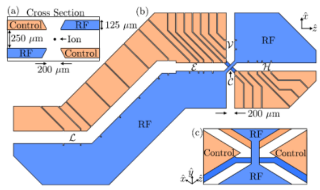


Transport magnétique



W. Hansel et al. Nature **413**, 498 (2001)

Transport électromagnétique (ions)



J. P. Home et al. Science **325**, 1227 (2009)

Transport rapide pour le traitement de l'information quantique

Physics   *Physics* **5**, 94 (2012)

Viewpoint

Moving Traps Offer Fast Delivery of Cold Ions

Christian Roos
Institute for Quantum Optics and Quantum Information, Austrian Academy of Sciences, A-6020 Innsbruck, Austria

Published August 20, 2012

Two separate experiments have demonstrated the fast transport of trapped ions using trapping potentials that trace out the path for the ions to follow.

Subject Areas: **Atomic and Molecular Physics, Quantum Information**

A Viewpoint on:
Coherent Diabatic Ion Transport and Separation in a Multizone Trap Array
R. Bowler, J. Gaebler, Y. Lin, T. R. Tan, D. Hanneke, J. D. Jost, J. P. Home, D. Leibfried, and D. J. Wineland
Phys. Rev. Lett. **109**, 080502 (2012) – Published August 20, 2012

Controlling Fast Transport of Cold Trapped Ions
A. Walther, F. Ziesel, T. Ruster, S. T. Dawkins, K. Ott, M. Hettrich, K. Singer, F. Schmidt-Kaler, and U. Poschinger
Phys. Rev. Lett. **109**, 080501 (2012) – Published August 20, 2012

Zero-g experiments

QUANTUS

146 m tall

110 m drop height

Free fall: 4.7 s

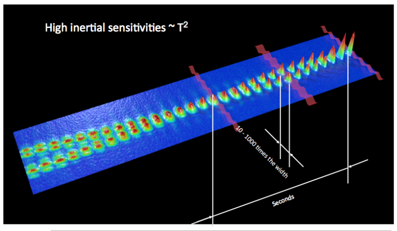
Catapult: 9.2 s

10^{-5} m/s^2 below 100 Hz

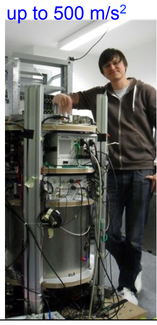
3 flights per day

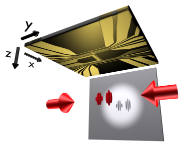
Capsule deceleration

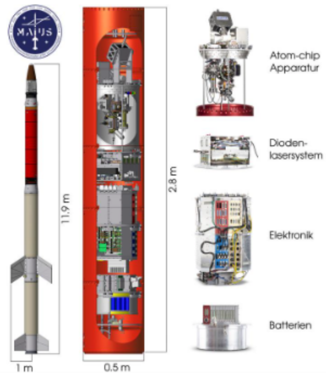
up to 500 m/s^2



E. Rasel
Hannover







Court-circuiter l'adiabaticité

Transformation adiabatique

Etat initial

Etat cible

Transformation rapide

Court-circuiter l'adiabaticité

Transformation adiabatique

Etat initial → Etat cible

Transformation rapide

Méthodes numériques : contrôle optimal, algorithme génétique, … (boîte noire)

Méthodes analytiques : requiert la modélisation adéquate du système à piloter.

La problématique des Shortcuts To Adiabaticity (STA)

Système physique $H(\lambda, \{X_j, P_j\})$

Transformation adiabatique

$\lambda_i \quad H(\lambda_i, \{X_j, P_j\}) \quad |\Psi_i\rangle \longrightarrow \lambda_f \quad H(\lambda_f, \{X_j, P_j\}) \quad |\Psi_f\rangle$

Transformation rapide par façonnage temporel d'hamiltonien

Les méthodes exactes

1- Transitionless tracking algorithm

2- Les invariants dynamiques

3- Fast-forward

4- …

PLAN DE L'EXPOSE

1- Transport d'atomes

2- Manipulation d'un moment magnétique

3- Compression / décompression

4- Extension des méthodes à la physique statistiques – applications

1- Le gaz piégé

2- La bille dans une pince optique

3- La pointe de microscope

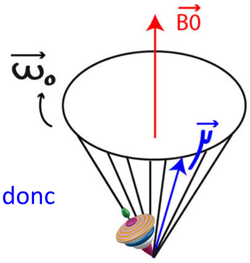
CONCLUSION

Manipulation d'un moment magnétique

$$W = -\vec{M} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t)$$

Précession quand le champ est constant

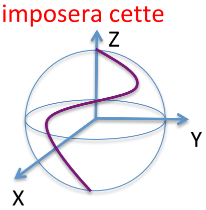
$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{\omega}_0 \times \vec{M} \quad [1] \quad \text{avec} \quad \vec{\omega}_0 = -\gamma \vec{B}$$



La norme de $\vec{M}(t)$ est constante, ce vecteur évolue donc sur une sphère

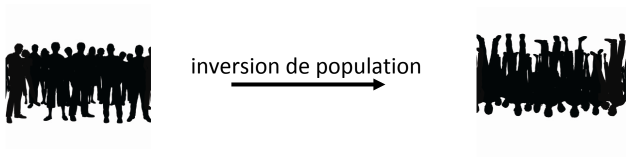
Si on choisit un chemin dépendant du temps arbitraire sur cette sphère, on peut en inversant l'équation [1] déduire le champ magnétique qui imposera cette trajectoire

$$\boxed{\vec{B}(t) = \vec{B}_0(t)\frac{\vec{M}(t)}{||\vec{M}||} - \frac{1}{\gamma}\frac{\vec{M}(t) \times \frac{d\vec{M}}{dt}}{||\vec{M}||^2}}$$

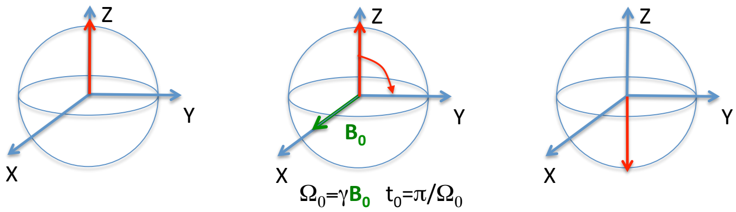


M. V. Berry J. Phys. A **42** 365303 (2009)

Retournement du moment magnétique



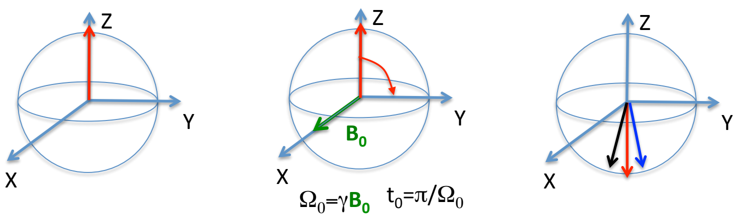
Impulsion π_x

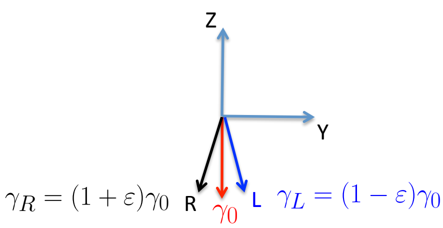


Retournement en présence de dispersion

$$\vec{\omega}_0 = -\gamma \vec{B} \qquad \gamma \in [(1-\varepsilon)\gamma_0\,;\,(1+\varepsilon)\gamma_0]$$

Impulsion π_x





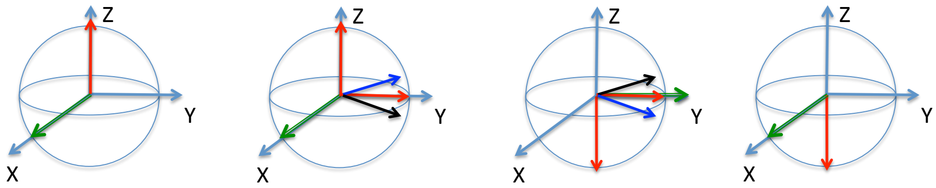
Probabilité de non-retournement

$$P_1 \propto \varepsilon^2$$

Retournement en présence de dispersion (écho de spin)

$$\vec{\omega}_0 = -\gamma \vec{B} \qquad \gamma \in [(1-\varepsilon)\gamma_0\,;\,(1+\varepsilon)\gamma_0]$$

Séquence composite d'impulsions $(\pi/2)_X(\pi)_Y(\pi/2)_X$



Probabilité de non-retournement

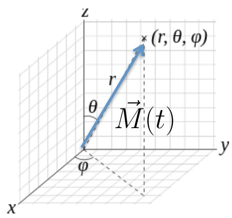
$$P_3 \propto \varepsilon^4$$

Robustesse vis-à-vis d'une disparité des fréquences de Rabi Ω_0

Roos & Molmer, PRA **69**, 022321 (2004)

Stratégie de renversement optimal

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{\omega}_0 \times \vec{M}$$



$$\dot{\theta} = \gamma_1 \left(B_y \cos\varphi - B_x \sin\varphi\right),$$
$$\dot{\varphi} = \gamma_1 [B_z - \cot\theta (B_x \cos\varphi + B_y \sin\varphi)]$$

On impose les conditions aux limites

$$\theta(0) = 0 \qquad \theta(T) = \pi$$
$$\varphi(0) = 0 \qquad \varphi(T) = 0$$
$$\cdots$$

Interpolation

$$\theta(s) = \pi s$$
$$\varphi(s) = s - s^2$$

$$B_x(t) \;\; \& \;\; B_z(t)$$

Manipuler simultanément deux moments magnétiques différents (1)

$$\frac{d\vec{M}_1}{dt} = \vec{\omega}_1 \times \vec{M}_1 \qquad \vec{\omega}_1 = -\gamma_1 \vec{B}$$

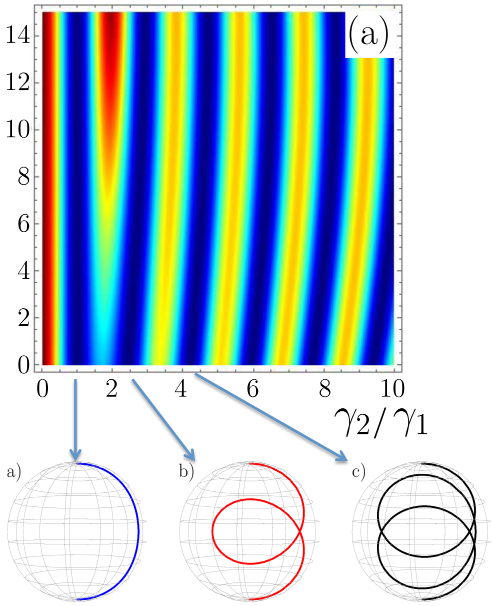
$$\frac{d\vec{M}_2}{dt} = \vec{\omega}_2 \times \vec{M}_2 \qquad \vec{\omega}_2 = -\gamma_2 \vec{B}$$

Pour répondre à cette nouvelle contrainte, on ajoute deux paramètres

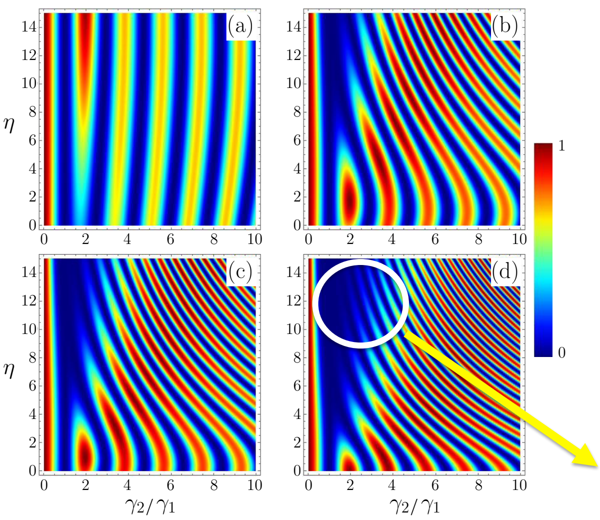
$$\varphi(s) = \kappa\left[s + (\eta - 1)s^2 - 2\eta s^3 + \eta s^4\right]$$

Pour le graphe ci-contre

$$\kappa = 0.5$$



Manipuler simultanément deux moments magnétiques différents (2)



(a) κ = 0,5
(b) κ = 2,5
(c) κ = 3,1
(d) κ = 4,5

permet de réaliser des protocoles ultrarobustes